



Моделирование графика на однопутной линии



Владислав ГРЕЧИШКИН

Vladislav A. GRECHISHKIN

Предложен подход к построению математической модели, позволяющей осуществлять разработку графика движения поездов на однопутной линии. Изложены исходные позиции и последовательность решения задачи для получения заданных показателей. Названы условия и ограничения, допускающие выбор вариантов с учетом имеющихся приоритетов.

Ключевые слова: железная дорога, однопутная линия, график движения, математическая модель.

Гречишкин Владислав Александрович – аспирант кафедры «Управление эксплуатационной работой» Московского государственного университета путей сообщения (МИИТ).

Данное описание модели построения графика движения поездов применимо для однопутного железнодорожного участка, оборудованного автоматической блокировкой.

Пусть имеется однопутный участок с N отдельными пунктами. На этом участке необходимо построить нормативный график движения поездов, исходя из следующих исходных данных. Требуется проложить n поездов нечетного направления и m поездов четного направления, при этом задано:

I. Массивы времен хода поездов по перегонам участка.

II. Массивы времени на разгон поездов нечетного и четного направлений.

III. Массивы времени на замедление поездов нечетного и четного направлений.

IV. Массив интервалов скрещения для нечетного и четного направлений.

V. Массив интервалов одновременного прибытия поездов разных направлений.

VI. Массив интервалов отправления.

VII. Массив интервалов прибытия.

VIII. Межпоездный интервал в нечетном и четном направлениях.

IX. Массив интервалов одновременного прибытия и попутного отправления.

$$t_{\text{проб. min } j}^{\text{неч}} = t_{\text{отпр. min } j}^{\text{неч}} + t_{p,0,1} + \sum_{i=1}^N t_{p,i,i+1} * \Delta(t_{\text{cm. min } j,i}) + \sum_{i=0}^N t_{x,j,(i,i+1)} + \sum_{i=0}^{N-1} t_{z,i+1,i} * \Delta(t_{\text{cm. min } j,i+1}) + t_{z,N+1,N} + \sum_{i=1}^N t_{\text{cm. min } j,i} \quad (1)$$

$$t_{\text{отпр. max } j}^{\text{неч}} = t_{\text{проб. max } j}^{\text{неч}} - t_{p,0,1} - \sum_{i=1}^N t_{p,i,i+1} * \Delta(t_{\text{cm. min } j,i}) - \sum_{i=1}^N t_{x,j,(i,i+1)} - \sum_{i=0}^{N-1} t_{z,i+1,i} * \Delta(t_{\text{cm. min } j,i+1}) - t_{\text{зам. N+1, N}} - \sum_{i=1}^N t_{\text{cm. min } j,i} \quad (2)$$

Х. Массив интервалов неодновременного отправления и попутного прибытия.

ХІ. Массив длительности остановок по техническим надобностям.

ХІІ. Массив приоритетов поездов, представляющих из себя целое однозначное число для каждого поезда. Наличие какого-либо положительного числа означает уровень приоритета данного поезда, каковым может быть то, что он значится пассажирским, пригородным и т.д. Нулевой приоритет означает его полное отсутствие по отношению к другим поездам.

ХІІІ. Для каждого рассматриваемого поезда предполагается определить или рассчитать возможный диапазон времени отправления его с головной станции и возможный диапазон времени прибытия его на конечную станцию участка.

Для поездов, имеющих приоритет, следует задавать левую границу диапазона отправления его с головной станции (минимальное разрешенное время отправления), а также правую границу диапазона прибытия его на конечную станцию участка (максимальное разрешенное время прибытия). Тогда левая граница диапазона прибытия поезда на конечную станцию участка (минимальное рассчитанное время прибытия) будет определяться соотношениями (1) для нечетных поездов и аналогично для четных. Правая граница диапазона отправления поездов с приоритетами с начальной станции участка (максимальное разрешенное время отправления) будет определяться из соотношения (2).

Для поездов без приоритета задается диапазон времени их возможного отправления с головной станции участка для нечетных поездов и аналогично для четных поездов.

Нижняя граница диапазона времени прибытия поездов четного и нечетного направлений на конечную станцию $t_{\text{проб. min } j}^{\text{неч}}$, $t_{\text{проб. min } k}^{\text{чет}}$ может быть определена с использованием исходной информации о временах хода поездов по перегонам участка, а также времени на разгон с головной станции и замедлении на конечной станции участка: для нечетных поездов —

$$t_{\text{проб. min } j}^{\text{неч}} = t_{\text{отпр. min } j}^{\text{неч}} + \sum_{i=0}^N t_{x,j,(i,i+1)} + t_{p,j,(0,1)} + t_{z,j,(N+1,N)} \quad (3)$$

$$\forall j = 1, \dots, n$$

для четных поездов —

$$t_{\text{проб. min } k}^{\text{чет}} = t_{\text{отпр. min } k}^{\text{чет}} + \sum_{i=N}^0 t_{x,k,(i+1,i)} + t_{p,k,(N+1,N)} + t_{z,k,(1,0)} \quad (4)$$

$$\forall k = 1, \dots, m$$

При расчете максимально допустимого времени прибытия поездов на конечную станцию участка следует учитывать максимально допустимое время работы локомотивных бригад $t_{\text{раб. л.бр.}}$.

$$t_{\text{проб. max } j}^{\text{неч}} = t_{\text{отпр. min } j}^{\text{неч}} + t_{\text{раб. л.бр.}}$$

$$\forall j = 1, \dots, n; P_i^{\text{неч}} = 0 \quad (5)$$

ХІV. Массив числа приемоотправочных путей на промежуточных станциях участка (включая главный путь).

Такое задание числа предполагает возможность приема поездов как четного, так и нечетного направлений.

При решении задачи необходимо вывести универсальную формулу, позволяющую определить время прибытия поезда на одну из станций участка, основываясь на временах хода поезда по перегону и возможных остановках на станциях, предшествующих выбранной.

Для этого введем функцию

$$\Delta(x) = \text{sgn}(\delta(x)), \quad (6)$$

где $\delta(x)$ — стандартная дельта функции, $\text{sgn}(x)$ — стандартная сигнум функции.

В постановке данной задачи неизвестными величинами будут являться времена отправления всех требуемых к прокладке поездов с головной и всех промежуточных станций участка. Тогда время прибытия произвольно взятого нечетного поезда на $i+1$ станцию можно рассчитать по формуле (7), а время прибытия произвольно взятого четного на i станцию — по формуле (8).

Где N — число промежуточных станций, $t_{z,i+1,i}$ — время на замедление на $i+1$ станции со стороны i станции,

$x_{\text{отпр. co cm. i}}$; $x_{\text{отпр. co cm. i+1}}$ — времена отправления со станций i и $i+1$ соответственно,





$$t_{\text{приб на ст. } i+1} = x_{\text{отпр со ст. } i} + \Delta(x_{\text{отпр со ст. } i} - t_{\text{приб на ст. } i}) * t_{pi,i+1} + t_{xi,i+1}^{\text{неч}} +$$

$$+ \Delta(x_{\text{отпр со ст. } i+1} - (x_{\text{отпр } i} + t_{xi,i+1} + \Delta(x_{\text{отпр } i} - t_{\text{приб } i}) * t_{pi,i+1})) * t_{zi,i+1} \quad \forall i = 0, \dots, N \quad (7)$$

$$t_{\text{приб на ст. } i} = x_{\text{отпр со ст. } i+1} + \Delta(x_{\text{отпр со ст. } i} - t_{\text{приб на ст. } i+1}) * t_{pi+1,i} + t_{xi+1,i}^{\text{чет}} +$$

$$+ \Delta(x_{\text{отпр со ст. } i} - (x_{\text{отпр } i+1} + t_{xi+1,i} + \Delta(x_{\text{отпр } i+1} - t_{\text{приб } i+1}) * t_{pi+1,i})) * t_{zi,i+1} \quad \forall i = N, \dots, 0 \quad (8)$$

$t_{\text{приб на ст. } i}$; $t_{\text{приб на ст. } i+1}$ — времена прибытия на станции i и $i+1$ соответственно,

$t_{pi,i+1}$ — время на разгон со станции i в сторону $i+1$ станции,

$t_{xi,i+1}$ — время хода четного поезда с i до $i+1$ станции,

Δ — слияние двух функций:

$$\delta(x) = \begin{cases} x, x \geq 0 \\ 0, x < 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} -1 \text{ если } x < 0 \\ 0 \text{ если } x = 0 \\ 1 \text{ если } x > 0 \end{cases} \quad (10)$$

При такой формулировке задачи имеет место ряд ограничений, которые связаны с определенными условиями.

1. С интервалом неодновременного прибытия.

Пусть j — нечетный поезд, k — четный поезд на i -й станции

$$|t_{\text{приб } j,i} - t_{\text{приб } k,i}| \geq \tau_{ni}, \quad (11)$$

где: $\tau_{ni} = \tau_{ni}^0$ если $x_{ji} \neq t_{\text{приб } ji}$

$$x_{ki} \neq t_{\text{приб } ki} \quad \tau_{ni} = \tau_{ni}^x$$

$|x|$ — модуль числа x

$$|x| = \begin{cases} x, \text{ если } x \geq 0 \\ -x, \text{ если } x < 0 \end{cases} \quad (12)$$

Для всех встречных поездов (четного и нечетного направлений) соблюдаются интервалы неодновременного прибытия для двух случаев:

- при остановке обоих поездов;
- при следовании второго поезда без остановки.

2. С интервалом скрещения.

Запись этого ограничения разбивается на две части:

- Одна предполагает условие прибытия на станцию первым поезда нечетного направления и при невыполнении величины интервала скрещения производится проверка выполнения этого интервала на предшествующей станции. Так отсекаются вари-

анты, когда поезда пересекаются на однопутном перегоне.

- Вторая часть предполагает условия прибытия на станцию первым поезда четного направления и при невыполнении интервала скрещения производится проверка выполнения этого интервала на следующей станции.

Если $x_{\text{отпр } k,i+1} \geq t_{\text{приб } j,i+1}$,

тогда $x_{\text{отпр } k,i+1} - t_{\text{приб } j,i+1} \geq \tau_{скр i+1,i}$.

Иначе: $x_{\text{отпр } j,i} - t_{\text{приб } k,i} \geq \tau_{скр i,i+1}$

$\forall j = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m; i = N, \dots, 0$.

Если $x_{\text{отпр } j,i} \geq t_{\text{приб } k,i}$,

тогда $x_{\text{отпр } j,i} - t_{\text{приб } k,i} \geq \tau_{скр i,i+1}$.

Иначе: $x_{\text{отпр } k,i+1} - t_{\text{приб } j,i+1} \geq \tau_{скр i+1,i}$

$\forall j = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m; i = 0, \dots, N$.

3. С интервалом отправления, интервалом прибытия и межпоездным интервалом.

Ограничения для нечетных поездов предусматривают соблюдение интервала прибытия между двумя нечетными поездами, имеющими разные скорости движения по перегону, а в случае его несоблюдения для какой-то промежуточной станции проверяется интервал отправления на предшествующей станции.

Ограничения для четных поездов предусматривают соблюдение интервала прибытия между двумя четными поездами, имеющими разные скорости движения по перегону, а в случае его несоблюдения для какой-то промежуточной станции проверяется интервал отправления с предшествующей станции.

4. С обязательными стоянками поездов по техническим надобностям.

Под обязательными стоянками понимается наличие остановки этого поезда для проведения различных операций: посадка-высадка пассажиров, отцепка-прицепка групп вагонов, подталкивающего локомотива и т.д. В этом случае может быть задан или жесткий простой или возможный интервал стоянки, от минимальной до максимальной величины.

$$t'_{omnp\ j,i} = \sum_{z=0}^{i-1} t_{x\ j,(z,z+1)} + t_{p\ j,(0,1)} + \sum_{z=1}^{i-1} t_{cm\ min\ j,z}^{неч} + (t_{p\ j,(z,z+1)} + t_{z\ j,(z,z-1)}) * \Delta(t_{cm\ min\ j,z}^{неч}) \quad (13)$$

$$t''_{omnp\ j,i} = t_{приб\ j,max}^{неч} - \sum_{z=1}^{z=N} t_{x\ j,(z,z+1)} + t_{z\ j,(N+1,N)} - \sum_{z=i+1}^{z=N} t_{cm\ min\ j,z}^{неч} + (t_{p\ j,(z,z+1)} + t_{z\ j,(z,z-1)}) * \Delta(t_{cm\ min\ j,z}^{неч}) \quad (14)$$

$$t''_{omnp\ j,i} = t_{omnp\ j,max}^{неч} + t_{раб.л.бр.} - \sum_{z=i}^{z=N} t_{x\ j,(z,z+1)} + t_{z\ j,(N+1,N)} - \sum_{z=i+1}^{z=N} t_{cm\ min\ j,z}^{неч} + (t_{p\ j,(z,z+1)} + t_{z\ j,(z,z-1)}) * \Delta(t_{cm\ min\ j,z}^{неч}) \quad (15)$$

$\forall j = 1, \dots, n; i = 1, \dots, N$

В случае фиксированного простоя нечетного поезда ограничение имеет следующий вид:

$$x_{omnp\ j,i} - t_{приб\ j,i} = t_{cm\ j,i,max}^{неч},$$

$$\text{если } t_{cm\ j,i,max}^{неч} = t_{cm\ j,i,min}^{неч}.$$

Аналогично для четных поездов.

5. С интервалом неодновременного прибытия и попутного отправления, а также неодновременного отправления и попутного прибытия.

Это ограничение будет иметь место для промежуточных станций, где запрещены одновременные прием и отправление поездов одного направления.

Для заданных интервалов на i -й промежуточной станции ограничения для поездов нечетного направления принимают вид:

$$x_{omnp\ j,i} - t_{приб\ j_1,i} \geq \tau_{но\ i}^{неч}, \text{ если } x_{omnp\ j,i} \geq t_{приб\ j_1,i}$$

$$\forall j, j_1 = 1, \dots, n; j \neq j_1.$$

$$t_{приб\ j_1,i} - x_{omnp\ j,i} \geq \tau_{он\ i}^{неч} \text{ в противном случае.}$$

Аналогично для четного направления.

6. С числом приемоотправочных путей на промежуточных станциях.

Данный тип ограничения исходит из того, что в любой момент времени число поездов не должно превышать наличное число приемоотправочных путей на промежуточной станции.

7. С заданными коридорами следования поездов.

Одним из основополагающих моментов построения графика движения поездов являются:

- заданные интервалы времени отправления с головной технической станции и прибытия на конечную техническую станцию поездов, имеющих относительный приоритет (скорые, пассажирские, пригородные, контейнерные, сборные), который может уменьшаться и в отдельных случаях переходить в одну временную точку;

- относительно равномерное отправление грузовых поездов с технических станций,

обеспечивающих нормальные условия их работы.

Эти моменты позволяют значительно уменьшить число рассматриваемых вариантов графиков движения, т. к. содержат неизвестные величины — времена отправления поездов со всех станций участка завысят от заданного диапазона отправления с начальной станции, длительности возможных стоянок по техническим надобностям, а также предельных по времени прибытия поездов на конечную станцию сроков непрерывной работы локомотивных бригад.

От величины заданных коридоров зависит:

- во-первых, количество рассматриваемых вариантов построения графика;
- во-вторых, величина коэффициента съема грузовых поездов пассажирскими и сборными поездами;
- в конечном итоге — пропускная способность участка и количественные характеристики графика движения поездов.

Пусть для произвольно взятого нечетного поезда задано самое раннее время его отправления с головной станции $t_{omnp\ j,min}^{неч}$.

Исходя из перегонных времен хода, а также времени на разгон и замедление поезда рассчитаем для i -й станции самое раннее возможное время отправления с нее этого поезда, которое является временем прибытия j -го поезда с учетом времен на разгон, замедление и минимальной величины заданных стоянок по техническим надобностям — $t_{приб\ j,i} \quad \forall i = 1, \dots, N$.

В этом случае время отправления j -го поезда с i -й станции будет рассчитываться по формуле (13).

Тогда неизвестная величина — время отправления j -го поезда с i -й станции — должна удовлетворять ограничению:

$$x_{j,i} \geq t_{приб\ j,i} \quad \forall j = 1, \dots, n; i = 1, \dots, N.$$



Аналогично рассчитывается вариант для произвольно взятого четного поезда.

Перейдем к расчету максимально возможной величины изменения времени отправления поездов со станций, исходя из двух аспектов:

Во-первых для поездов, имеющих положительное значение приоритета, т.е. скорых, пассажирских, пригородных и других, для которых задано максимально допустимое время прибытия на конечную техническую станцию участка. В этом случае максимально допустимое время отправления нечетного поезда с i -й станции может быть определено по формуле (14). Аналогично для четного поезда.

Во-вторых, для поездов, не имеющих приоритета, максимально допустимое время прибытия на конечную техническую станцию участка определяется наибольшей допустимой величиной работы локомотивных бригад $t_{\text{раб. л.бр.}}$. Оно может быть рассчитано как сумма двух величин: максимально допустимой величины времени отправления поезда с головной технической станции и времени работы локомотивной бригады. В этом случае для произвольно взятого нечетного поезда берется формула (15).

Аналогично — для четного поезда.

Рассчитанные нижние и верхние границы диапазона изменения неизвестных величин представляются в виде неравенств:

$$t'_{\text{приб } j, i} \leq x_{j, i} \leq t''_{\text{отпр } j, i} \quad \forall j = 1, \dots, n; i = 1, \dots, N$$

$$t'_{\text{приб } k, i} \leq x_{k, i} \leq t''_{\text{отпр } k, i} \quad \forall k = 1, \dots, m; i = 1, \dots, N$$

8. С соблюдением минимального количества остановок поездов, имеющих приоритет.

Алгоритм решения задачи предполагает на первом этапе осуществить «развязку» поездов, имеющих приоритет. Это означает, что изменение переменных, то есть времен отправления этих поездов со всех

станций, будет рассматриваться изолированно, без учета движения других поездов. Здесь важно, чтобы в рамках допустимых коридоров движения поездов, а также большого числа стоянок по техническим надобностям была возможность осуществить скрещение этих поездов и при необходимости — обгоны. Если такую «развязку» не произвести, то в принципе не существует варианта построения какого-либо графика при заданной исходной информации. В этом случае необходимо расширять допустимые коридоры движения поездов с приоритетами до такого уровня, чтобы обеспечить возможность их скрещения.

В условиях решения задачи только для прокладки поездов с приоритетами (скорых, пассажирских, пригородных, сборных) фактически будет найдено то количество их стоянок, которое, с одной стороны, позволит обеспечить все запланированные остановки, а с другой — будет являться минимальным количеством остановок этих поездов. Оно дополнит систему ограничений, связанную с построением графика.

Если при анализе какого-либо допустимого варианта графика движения обнаружится увеличение числа стоянок поездов с приоритетами, то это будет означать, что данный вариант предполагает остановку поезда с приоритетом при его скрещении с поездом, не имеющим такого статуса. Примером может служить недопустимая в обычных условиях дополнительная остановка пассажирского поезда при его скрещении с грузовым.

Учет этого ограничения позволит из всего множества допустимых решений, т.е. вариантов графика, выбрать подмножество таких вариантов, которые исключают дополнительные стоянки поездов с приоритетом при их скрещении с грузовыми. ●

SCHEDULE MODELING FOR SINGLE-TRACK RAILWAY

Grechishkin, Vladislav A. – Ph. D. student at the department of operation management of Moscow State University of Railway Engineering (MIIT).

The author proposes an approach towards a mathematical model that permits to prepare the schedule of train traffic at a single-track railway. Therefore, he describes the initial arguments and solution sequence in order to achieve the necessary rates. The author designates conditions and restrictions, which admit a certain choice of variants taking into consideration the existing priorities.

Key words: railway, single-track railway, traffic schedule, mathematical model.

Координаты автора (contact information): Гречишкин В. А. – Vgrechishkin@mail.ru